

## АДАПТИВНЫЙ РАДИОМЕТР С ПИЛОТ-СИГНАЛОМ

*В. Я. Гольнев, Д. В. Корольков, П. А. Фридман*

В статье рассматриваются возможности повышения чувствительности радиометра с пилот-сигналом благодаря применению несимметричной модуляции и различного усреднения в каналах сигнала и эквивалента. Рассчитан выигрыш, который можно получить при применении такой методики, и показано, что в пределе можно приблизиться к чувствительности компенсационного радиометра, сохраняя постоянную составляющую после квадратичного детектора. Однако в реальных радиометрах необходимо учитывать влияние флуктуаций коэффициента усиления приемника, которое проявляется тем сильнее, чем больше разница в постоянных времени сигнального канала и канала эквивалента и больше радиометрический выигрыш. Поэтому вводится понятие об адаптивном радиометре, параметры которого — степень асимметрии модуляции и различие постоянных времени сигнального и опорного каналов — зависят от конкретной «наблюдательной обстановки», астрофизической задачи и спектра флуктуаций коэффициента усиления приемника.

Приводятся экспериментально снятый спектр этих флуктуаций высокочувствительного радиометра с параметрическими усилителями на входе, на основании которого сделаны оценки, позволяющие судить о целесообразности предлагаемой методики.

Possibilities of sensitivity increase of a pilot-signal radiometer by the use of asymmetric modulation and different averaging in the signal and equivalent channels are considered. A gain is calculated which can be obtained by using such a method, and it is shown that it is possible to approach the sensitivity of a total-power radiometer preserving the direct-current component after square-law detection. However, in the real radiometers it is necessary to take into account the effect of fluctuations of the receiver's gain which is the stronger the greater is the difference in the time constants of the signal and the equivalent channels and the larger the value  $g = \sqrt{\Delta f \tau}$ . That is why a notion is introduced of an adaptive radiometer whose parameters (the degree of modulation asymmetry and the difference of time constant of the signal and equivalent channels) depend on the concrete «observational situation», the atmospheric problem, and the fluctuation spectrum of the receiver's gain.

The experimental spectrum is presented of these fluctuations of high-sensitivity radiometer with the paramps at the front end. On the basis of this radiometer the estimates are made that allow to judge of the expediency of the method proposed.

1. Проектирование радиометров предельной чувствительности наряду с использованием малошумящих и широкополосных усилителей невозможно без совершенствования структуры радиометра. В монографиях по радиоастрономии приводятся таблицы сравнительной чувствительности радиометров, построенных по различным схемам (компенсационной, модуляционной, корреляционной и т. д.), в которых всегда привлекает внимание коэффициент  $K$  в формуле чувствительности [1, 2]:

$$\Delta T = K \frac{T_m}{\sqrt{\Delta f \tau}}. \quad (1)$$

$K$  зависит от схемы радиометра, он минимален для компенсационной схемы и в 2 раза больше у наиболее популярной — модуляционной. Если принять во внимание большие расходы, связанные с увеличением эффективной площади радиотелескопов, существование пределов шумо-

вой температуры приемных систем (в первую очередь, из-за влияния излучения атмосферы и Земли), сложность и уникальность применяемых малошумящих усилителей (мазеры, охлаждаемые параметрические усилители), то становится ясно, что даже небольшое уменьшение коэффициента, входящего в формулу флуктуационной чувствительности радиометра, имеет большое значение для повышения информативности радио-

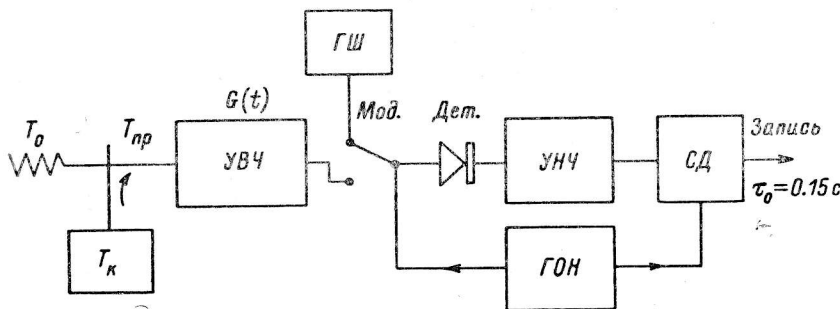


Рис. 1. Блок-схема установки для измерения нестабильности коэффициента усиления приемника.

телескопа. Применение компенсационной схемы в классическом виде наталкивается на трудности, связанные с флуктуациями коэффициента усиления приемного устройства. Предложение о реализации чувствительности, промежуточной между компенсационным и модуляционным радиометрами (в одноканальном варианте), сделано, например, в [3], граница применимости компенсационной и модуляционной схем обсуждалась в [4]. Однако количественные оценки, определяющие положение этой границы, могут быть сделаны лишь в том случае, если известен спектр мощностей флуктуаций коэффициента усиления конкретного радиометра. С целью получения таких оценок и общих представлений о стабильности современных радиометров были проведены из-

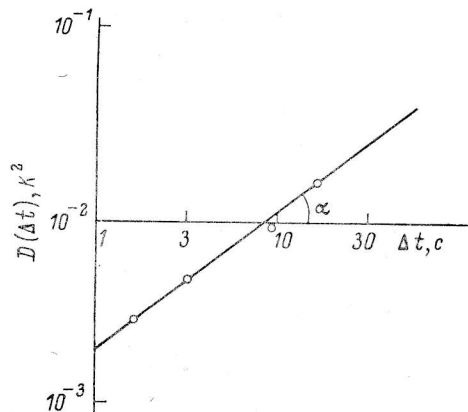


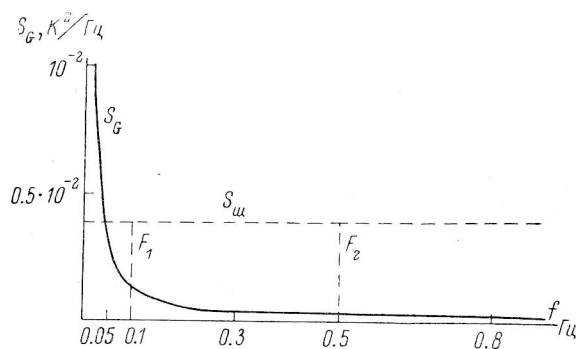
Рис. 2. Структурная функция флуктуаций усиления приемника.

мерения спектра мощностей флуктуаций коэффициента усиления одного из приемников.

В статье приводятся результаты этих измерений и предлагается вариант схемного решения адаптивного радиометра, который в зависимости от условий наблюдений работает как модуляционный, промежуточный или компенсационный (конкретно — в зависимости от времени усреднения, полосы частот до детектора и стабильности усиления).

2. Схема эксперимента по измерению спектра мощностей флуктуаций коэффициента усиления  $G(t)$  показана на рис. 1. Использовался приемник диапазона 8 см, состоящий из двухкаскадного параметрического усилителя и транзисторного усилителя с общим усилением 40 дБ. Полоса принимаемых частот  $\Delta f = 500$  МГц. Приемник находится в термостате, термостатирован с точностью  $\pm 1^\circ \text{C}$  на уровне  $\pm 25^\circ \text{C}$ . Стабилизация источников питания около  $\pm 0.01\%$ . На входе подключена согласованная нагрузка при температуре  $T_0 = 300 \text{ K}$ . Измерения проводились

модуляционным методом, модулятор установлен на выходе приемника перед квадратичным детектором. С целью регистрации флуктуаций на нулевом фоне в большом масштабе применена компенсация по высокой частоте перед детектором. Запись сигнала, пропорциональная произведению  $(T_0 + T_m) G(t)$ , калибровалась в градусах входной температуры путем подачи на вход калибровочного сигнала  $T_k$ . Получены 2 записи: запись 1 — модуляция включена, записываются  $(T_0 + T_m) G(t) +$  тепловые флуктуации; запись 2 — модуляция выключена, записываются только



тепловые флуктуации. Из записи 1 определена структурная функция флуктуаций, связанных с нестабильностью коэффициента усиления (рис. 2), которая аппроксимируется кривой

$$D(\tau) = c^2 \tau^\mu. \quad (2)$$

Рис. 3. Спектральная плотность флуктуаций усиления приемника.

Точки на кривой соответствуют значениям  $\tau = 0.8, 1.6, 3.2, 10, 16.7$  с. Спектр мощности процесса вычисляется через структурную функцию по формуле [5]

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi\omega} \int_0^\infty D'(\tau) \sin \omega\tau d\tau = \frac{c^2 \mu \Gamma(\mu) \sin \frac{\mu\pi}{2}}{2\pi\omega^{1+\mu}}. \quad (3)$$

В нашем случае  $c^2 = 2 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mu = \operatorname{tg} \alpha = 0.75$ , и для спектральной плотности флуктуаций коэффициента усиления радиометра получаем следующее выражение:

$$S_G(f) = b^2 \frac{1}{f^{1.25}} \left[ \frac{K^2}{\Gamma\Gamma} \right], \quad (4)$$

где  $b^2 = 1.45 \cdot 10^{-5}$ .

Из записи 2 (когда флуктуации усиления не сказываются) определена дисперсия тепловых флуктуаций  $\sigma_m^2$  и через нее — соответствующая спектральная плотность  $S_m(f)$  при  $f \approx 0$ . Измеренная величина  $\sqrt{\sigma_m^2} = 0.08$  К при постоянной времени  $RC$ -фильтра  $\tau_0 = 0.15$  с. Отсюда, используя соотношение

$$\sigma_m^2 = \int_0^\infty S_m(f) df \approx S_m(0) \Delta F_{\text{эн}},$$

где  $\Delta F_{\text{эн}} = \frac{1}{4\tau_0}$ , находим

$$S_m(0) = \frac{\sigma_m^2}{\Delta F_{\text{эн}}} = 3.8 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{K^2}{\Gamma\Gamma} \right]. \quad (5)$$

Используя связь между спектральной плотностью шумов на выходе квадратичного детектора и шумовой температурой [2]

$$S_m(0) = \frac{2T_m^2}{\Delta f}, \quad (6)$$

можем определить  $T_m = T_0 + T_{\text{шр}} = 450$  К. На рис. 3 показаны найденные спектральные плотности флуктуаций коэффициента усиления (4) и тепловых флуктуаций (5) (последняя не зависит от частоты в пределах рассматриваемого диапазона) в единицах  $K^2/\Gamma\Gamma$ . Чтобы перейти к относитель-

ным спектральным плотностям флуктуаций, необходимо (4) и (5) разделить на  $T_m^2$ .

3. Рассмотрим схему модуляционного радиометра (рис. 4), в которой сигналы антенны и эквивалента с выхода квадратичного детектора переключаются синхронно с частотой модуляции между выходными фильтрами нижних частот с граничными частотами  $F_2$  (антенна) и  $F_1$  (эквивалент) (см. рис. 3). Далее регистрируется разность сигналов антенны и

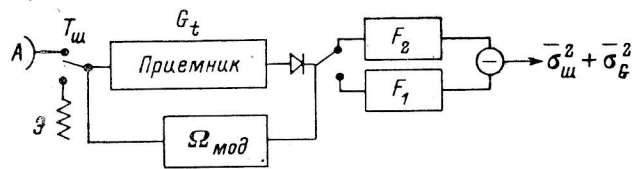


Рис. 4. Схема модуляционного радиометра с различными полосами усредняющих фильтров.

эквивалента. Если скважность модуляции 2 и  $T_a = T_s = T_m$ , то дисперсия тепловых флуктуаций на выходе равна сумме дисперсий на выходах фильтров:

$$\bar{\sigma}_m^2 = S_m(0) \frac{1}{2} (F_1 + F_2) = T_m^2 \frac{F_1 + F_2}{\Delta f}. \quad (7)$$

Дисперсия флуктуаций из-за нестабильности коэффициента усиления (4) равна

$$\bar{\sigma}_G^2 = \int_{F_1}^{F_2} S_G(f) df = \frac{b^2}{\mu} (F_1^{-\mu} - F_2^{-\mu}). \quad (8)$$

Полная дисперсия равна сумме

$$\bar{\sigma}^2 = \bar{\sigma}_m^2 + \bar{\sigma}_G^2. \quad (9)$$

Так как спектральная плотность калибрована в градусах антенной температуры, то дисперсия в (9) выражена в градусах в квадрате. Если считать, что минимально обнаружимый сигнал равен дисперсии шумов, то, принимая во внимание, что среднее значение сигнала на выходе модуляционного радиометра  $s = \Delta T/2$ , из условия  $(s)^2 = (\Delta T/2)^2 = \bar{\sigma}^2$  получим, используя (7), (8) и (9):

$$\Delta T^2 = 4T_m^2 \frac{1}{\Delta f} \left[ \frac{F_1 + F_2}{2} + \frac{b^2 \Delta f}{T_m^2} \frac{1}{\mu} (F_1^{-\mu} - F_2^{-\mu}) \right]. \quad (10)$$

Вынесем за квадратные скобки  $F_2$ , чтобы получить перед ними выражение, соответствующее чувствительности обычного модуляционного радиометра  $\Delta T_{\text{мод}} = 2\sqrt{2} T_m \sqrt{\frac{F_2}{\Delta f}}$ , используем (4) и (6) и извлечем квадратный корень. Получим окончательное выражение для чувствительности

$$\Delta T = \Delta T_{\text{мод}} \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{F_1}{F_2} \right) + \frac{S_G(F_2)}{S_m(F_2)} \frac{1}{\mu} \left( \frac{F_2^\mu}{F_1^\mu} - 1 \right) \right]^{1/2} = \Delta T_{\text{мод}} K. \quad (11)$$

Множитель  $K$  определяет улучшение или ухудшение чувствительности при регистрации сигнала по схеме рис. 4 в зависимости от выбора значений  $F_2$  (или времени накопления сигнала) и  $F_1/F_2$ . При этом данный радиометр характеризуется показателем  $1 + \mu$  спектральной плотности флуктуаций усиления и отношением спектральных плотностей  $S_G/S_m$  в точке  $F_2$  (рис. 3). Напомним, что  $S_m(0) \approx S_m(F_2)$ . Зависимость коэффициента  $K$  от  $F_2$  показана на рис. 5, из которого следует, что при больших  $F_2$  (т. е. малых временах накопления) чувствительность схемы стремится к значению  $\Delta T_{\text{мод}}/\sqrt{2}$ , в обратном случае — резко

ухудшается, поэтому при необходимости использовать большое время накопления следует сделать  $F_1 = F_2$ , и тогда схема становится эквивалентной обычной модуляционной с чувствительностью  $\Delta T_{\text{мод}}$ .

Таким образом, мы видим, что в данном конкретном радиометре граница между модуляционным и квазикомпенсационным радиометром лежит при  $F_2 \approx 0.2$  Гц (рис. 5). Выигрыш по сравнению с модуляционной схемой может быть получен лишь в том случае, когда по каким-то причинам необходимо ограничиться малым временем накопления ( $F_2 > 0.2$  Гц). Следует заметить, что этот выигрыш исчезнет, если на разностном выходе применить дополнительное накопление (общий фильтр с узкой полосой или усреднение  $N$  записей), так как это эквивалентно выравниванию полос фильтров  $F_1 = F_2$ .

4. Рассмотрим более общий случай — радиометр, в котором, как и выше, применяются 2 выходных фильтра  $F_1$  и  $F_2$ , но, кроме этого, меняется скважность сигнала. В этом случае удобнее использовать схему радиометра с пилот-сигналом [2—9], дополнительное

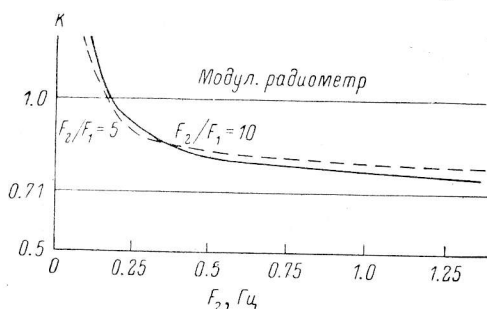


Рис. 5. Зависимость выигрыша по чувствительности для модуляционного радиометра с различными полосами усредняющих фильтров от граничной частоты в канале сигнала.

преимущество которой — исключение модулятора со входа и соответственно уменьшение потерь во входном тракте (оценки см. в [2]). Рассматриваемая схема приведена на рис. 6, особенности ее следующие:

а) шумовой пилот-сигнал периодически вводится на вход приемника в промежуток времени  $\alpha_1 T$ , где  $T$  — период,  $0 < \alpha_1 < 1$  (рис. 7, а);

б) усиление приемника меняется в противофазе с вводимым пилот-сигналом (рис. 7, б);

в) сигнал после квадратичного детектора с сохранением постоянной составляющей подается на 2 ключа, которые управляются отпирающими напряжениями  $a(t)$  и  $b(t)$  (рис. 7, в, г), согласованными по форме с изменяемой скважностью пилот-сигнала;

г) на выходе ключей имеются фильтры нижних частот с различными полосами пропускания  $F_1$  и  $F_2$ . В приложении вычислена флуктуационная чувствительность такого радиометра. При условии  $T_c \ll T_m$ ,  $\alpha_1 G_0^2 \ll 1$  и  $T_m \alpha_2 = (T_m + T_e) \alpha_1 G_0^2$  (условие компенсации)

$$\Delta T_c = \frac{\sqrt{2} T_m \sqrt{\frac{F_2}{\Delta f}} \sqrt{\alpha_2 + \frac{F_1}{F_2} \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1}}}{\alpha_2 - \alpha_1 G_0^2} \approx \sqrt{2} T_m \sqrt{\frac{F_2}{\Delta f}} \sqrt{\frac{1}{\alpha_2} + \frac{F_1}{F_2} \frac{1}{\alpha_1}}, \quad (12)$$

где  $T_c$  — температура сигнала;  $T_m$  — температура приемника;  $G_0$  — усиление до детектора в интервале наличия пилот-сигнала  $T_e$ , в остальное время  $G=1$ ,  $\alpha_2=1-\alpha_1$ . По формуле (12) построен график на рис. 8: отношение флуктуационной чувствительности радиометра с пилот-сигналом к флуктуационной чувствительности компенсационного радиометра  $M = \Delta T_{\text{пилот}} / \Delta T_{\text{комп}}$ . При  $F_1 = F_2$  и  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.5$  получается отношение, равное 2, т. е. то же, что для модуляционного радиометра. Увеличение  $\alpha_2$  дает не выигрыш, а проигрыш. Только с увеличением сглаживания в канале пилот-сигнала ( $F_1 < F_2$ ) получается выигрыш за счет несимметричной модуляции пилот-сигнала. Так, при  $F_1/F_2 = 0.2$  и  $\alpha_2 = 0.7$  чувствительность радиометра примерно в 1.5 раза хуже, чем у компенсационного, а при  $F_1/F_2 = 0.02$  и  $\alpha_2 = 0.9$  ухудшение всего лишь в 1.145 раза (но лучше,

чем у модуляционного, соответственно в 1.38 и 1.75 раза). На том же графике штрихом показана относительная чувствительность радиометра с пилот-сигналом, но без сохранения постоянной составляющей; формула чувствительности выводится так же, как и (12), и выглядит следующим образом:

$$\Delta T_c = \frac{\sqrt{2} T_m \sqrt{\frac{F_2}{\Delta f}} \sqrt{\alpha_2 + \alpha_1 \frac{F_1}{F_2}}}{2 [(\alpha_2 - \alpha_2^2) - (\alpha_1 - \alpha_1^2) G_0]} \quad (13)$$

При  $\alpha_2=0.5$  чувствительности, рассчитанные по (12) и (13), равны, но при  $\alpha_2 \neq 0.5$  имеется ухудшение и нет стремления к компенсационному радиометру при уменьшении отношения  $F_1/F_2$ . В то же время, глядя на ход штриховой кривой при  $F_2/F_1=5$ , можно сделать вывод о том, что все-

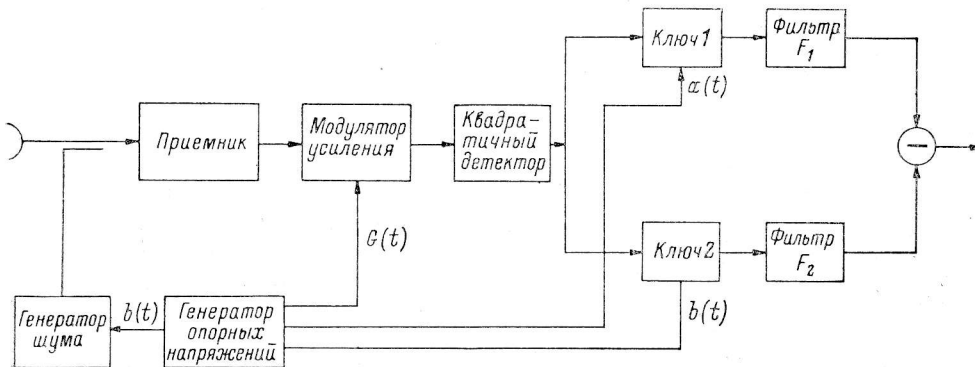


Рис. 6. Блок-схема радиометра с пилот-сигналом.

таки применение разных полос сглаживающих фильтров дает выигрыш и в этом случае. Однако здесь необходимо сделать следующее замечание. Обычно полоса фильтра низких частот в канале сигнала  $F_2$  выбирается, исходя из того, чтобы без искажений пропустить сигнал  $T_c(t)$ , но в то же время ее не делают слишком широкой, чтобы не ухудшить отношение сигнал/шум, другими словами,  $F_2$  согласована с полосой сигнала  $T_c(t)$ . При работе без постоянной составляющей после квадратичного детектора в отклик на сигнал  $I_{\pm}$  (постоянная составляющая на выходе разностного устройства) вносят вклад оба полуцикла модуляции сигнала, поэтому сильное сглаживание в первом полуцикле ( $\alpha_1, T$ ) фильтром с полосой  $F_1$  ( $F_1 < F_2$ ) приводит к потере сигнала, его искажению. В случае же сохранения постоянной составляющей после детектора вклад в  $I_{\pm}$  вносит только полуцикл  $\alpha_2 T$ , и сильное сглаживание во время полуцикла  $\alpha_1 T$  не искажает сигнал  $T_c(t)$ . Вот почему пользоваться улучшением чувствительности, связанным с разными полосами  $F_1$  и  $F_2$ , целесообразно в схеме, где после детектора сохраняется постоянная составляющая.

5. Введение разных полос усредняющих фильтров (различных постоянных времени) приводит к неполной компенсации флуктуаций, связанных с нестабильностью коэффициента усиления, подобно тому как это было в схеме на рис. 4. Учет этих флуктуаций усиления  $G_{\pm}$  со спектральной плотностью  $S_{G_{\pm}} = S_G f^{-(1+\mu)}$  дает следующую формулу для чувствительности:

$$\Delta T_c = \sqrt{2} T_m \sqrt{\frac{F_2}{\Delta f}} \sqrt{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{F_1}{F_2} \frac{1}{\alpha_2} + \frac{S_G \Delta f}{\mu F_2} (F_1^{-\mu} - F_2^{-\mu})}. \quad (14)$$

Таким образом, ухудшение чувствительности из-за нестабильности коэффициента усиления зависит от радиометрического выигрыша.

6. Приведенный выше анализ схем радиометров позволяет сделать следующие выводы.

а) Измеренный спектр мощности флуктуаций коэффициента усиления типичного радиометра показывает, что современные радиометрические приемники обладают достаточно высокой стабильностью ( $< 0.1\%$  за время около 100 с). Это позволяет применять в некоторых случаях схемы радиометров, в которых производится неполная компенсация флуктуаций коэффициента усиления (разные полосы усредняющих фильтров в двух полупериодах модуляции и несимметричная форма модуляции), что позволяет уменьшить уровень флуктуаций на выходе радиометра и в принципе приблизиться к чувствительности компенсационного радиометра.

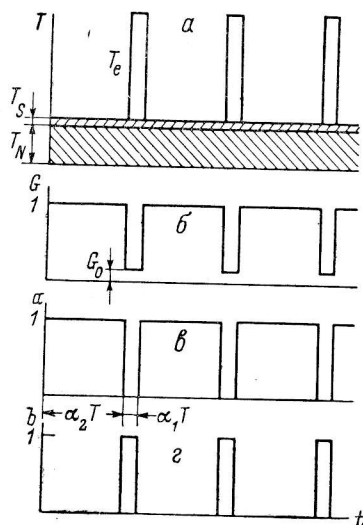


Рис. 7. Временные соотношения в радиометре с пилот-сигналом.

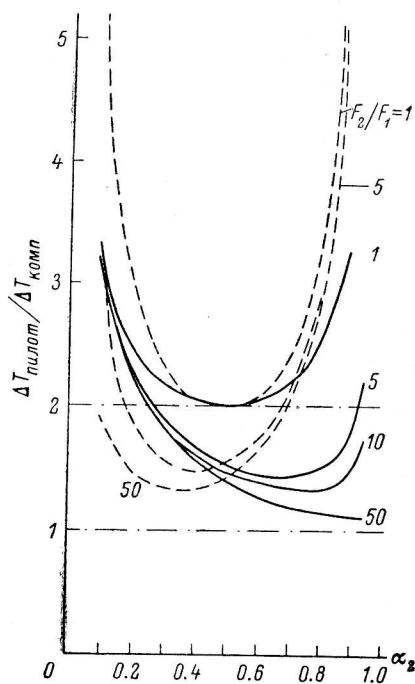


Рис. 8. Зависимость отношения флуктуационных чувствительностей радиометра с пилот-сигналом и компенсационного радиометра от степени несимметричности модуляции пилот-сигнала.

б) Следует предостеречь, однако, от излишнего оптимизма: выигрыш в чувствительности может быть получен лишь в том случае, если мы вынуждены по условиям наблюдений «ухудшить» радиометр, применяя малое время накопления сигнала или узкую полосу по высокой частоте. Положительный эффект от неполной компенсации флуктуаций коэффициента усиления зависит от соотношения нескольких параметров. Для каждого конкретного радиометра ( $\Delta f$ ,  $S_G$ ,  $\mu$ ) и режима наблюдения ( $F_2$ ) следует подбирать оптимальное соотношение  $\alpha_1/\alpha_2$  и  $F_1/F_2$ , при котором достигается минимальное значение  $\Delta T_c$ . При дальнейшем усреднении записей  $\Delta T_c$  автоматически стремится к  $\Delta T_{\text{мод}}$ . Это позволяет назвать рассмотренный метод адаптивным (к радиометру и наблюдательной задаче).

в) Рассмотренная схема радиометра по чувствительности может заполнить интервал между компенсационной и модуляционной, т. е. представляет собой схему промежуточного типа. При этом низкочастотные цепи радиометра следует строить с сохранением постоянной составляющей (после квадратичного детектора), если мы хотим реализовать выигрыш за счет несимметричной модуляции.

г) Дальнейшее продвижение по чувствительности возможно лишь при существенном улучшении стабильности коэффициента усиления приемника.

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Вычислим флуктуационную чувствительность радиометра с пилот-сигналом. На входе приемника имеются 3 сигнала:  $s(t)$  — шумовой полезный сигнал,  $n_r(t)$  — шум приемника,  $n_e(t)$  — пилот-сигнал от генератора шума. На вход квадратичного детектора приходит их сумма

$$\xi(t) = [s(t) + n_r(t) + n_e(t) b(t)] G(t). \quad (\text{П1})$$

Множитель  $b(t)$  учитывает модуляцию пилот-сигнала,  $G(t)$  — модуляция усиления приемника (рис. 7, б, з). Спектральная плотность шумовых сигналов  $s$ ,  $n_r$ ,  $n_e$  определяется формой частотной характеристики усилителя высокой частоты, которую будем считать прямоугольной, с центром на частоте  $f_0$ . Тогда, например, двухсторонняя спектральная плотность сигнала  $S_s(f)$  равна

$$S_s = \begin{cases} A_s = \frac{kT_s}{2} & \text{при } |f - f_0| \leq \frac{\Delta f}{2}; \\ 0 & \text{при других } f, \end{cases} \quad (\text{П2})$$

где  $T_s$  — шумовая температура сигнала,  $n_r$  и  $n_e$  также будем характеризовать с помощью  $T_{ш}$  и  $T_e$  — их шумовыми температурами. После квадратичного детектора

$$\xi^2(t) = s^2 G^2 + n_r^2 G^2 + n_e^2 b^2 G^2 + F, \quad (\text{П3})$$

где  $F$  — члены, обусловленные перекрестным умножением;

$$F = 2sn_r G^2 + 2sn_e G^2 b + 2n_r n_e G^2 b. \quad (\text{П4})$$

Далее умножаем на опорные напряжения  $a$  и  $b$ . Сигнал после 1-го ключа

$$x_1 = \xi^2(t) a(t) = s^2 G^2 a + n_r^2 G^2 a + n_e^2 b^2 G^2 a + Fa. \quad (\text{П5})$$

Сигнал после 2-го ключа

$$x_2 = \xi^2(t) b(t) = s^2 G^2 b + n_r^2 G b + n_e^2 b^2 G^2 + Fb. \quad (\text{П6})$$

Воспользуемся следующими соотношениями, для того чтобы упростить (П5) и (П6):

$$a \cdot a = a$$

$$b \cdot b = b$$

$$a \cdot b = 0$$

$$a \cdot G = a$$

$$b \cdot G = G_0 b,$$

Здесь  $G_0$  — константа; как правило,  $G_0 < 0.1$ . Тогда

$$Fa = 2sn_r a; \quad (\text{П7})$$

$$Fb = 2sn_r G_0^2 b + 2sn_e G_0^2 b + 2n_r n_e G_0^2 b; \quad (\text{П8})$$

$$x_1 = s^2 a + n_r^2 a + 2sn_r a; \quad (\text{П9})$$

$$x_2 = s^2 G_0^2 b + n_r^2 G_0^2 b + n_e^2 G_0^2 b + 2sn_r G_0^2 b + 2sn_e G_0^2 b + 2n_r n_e G_0^2 b. \quad (\text{П10})$$

Спектральная плотность процессов  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  находится с помощью соотношения (спектральная плотность произведения равна свертке спектральных плотностей сомножителей)

$$S_{x_1 x_2}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{x_1}(f') S_{x_2}(f' - f) df'. \quad (\text{П11})$$



Для спектральных плотностей квадратов  $s^2$ ,  $n_s^2$ ,  $n_r^2$  известна следующая формула [10], например для сигнала:

$$S_{s^2}(f) = \begin{cases} 4A_s^2 \Delta f \delta(f) & \text{— постоянная составляющая;} \\ 4A_s^2 (\Delta f - |f|) & \text{при } 0 < f \leq \Delta f; \\ 2A_s^2 (\Delta f - \|f| - 2f_0|) & \text{при } 2f_0 - \Delta f < |f| < 2f_0 + \Delta f; \\ 0 & \text{при других } f. \end{cases} \quad (\text{П12})$$

Кроме того, нам понадобятся спектры (дискретные, в силу периодичности) опорных напряжений  $a(t)$  и  $b(t)$ :

$$a(t) = \alpha_2 + \alpha_2 \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{n=\infty} \frac{\sin n \pi \alpha_2}{n \pi} \cos \frac{2\pi n}{T} t; \quad (\text{П13})$$

$$b(t) = \alpha_1 + \alpha_1 \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{n=\infty} \frac{\sin n \pi \alpha_1}{n \pi} \cos \frac{2\pi n}{T} t.$$

Соответствующие спектральные плотности:

$$S_a(f) = \alpha_2^2 \delta(f) + \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{n=\infty} \frac{\sin^2 n \pi \alpha_2}{(n \pi)^2} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right); \quad (\text{П14})$$

$$S_b(f) = \alpha_1^2 \delta(f) + \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{n=\infty} \frac{\sin^2 n \pi \alpha_1}{(n \pi)^2} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right),$$

где  $\delta(f)$  — дельта-функция. Воспользуемся (П9) — (П14), для того чтобы найти постоянные составляющие на выходах умножителей —  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$ :

$$\bar{x}_1 = \sqrt{4A_s^2 \Delta f^2} [\alpha_2^2 + \dots] + \sqrt{4A_m^2 \Delta f^2} [\alpha_2^2 + \dots]; \quad (\text{П15})$$

$$\bar{x}_2 = \sqrt{4A_s^2 \Delta f^2} [\alpha_1^2 + \dots] + \sqrt{4A_m^2 \Delta f^2} [\alpha_1^2 + \dots] G_0^2 + \sqrt{4A_e^2 \Delta f^2} [\alpha_2^2 + \dots] G_0^2. \quad (\text{П16})$$

Суммы в квадратных скобках — это суммы квадратов коэффициентов рядов (П13),  $-\infty < n < \infty$ . Можно показать, что

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n \pi \alpha_1}{(n \pi)^2} = \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_1^2), \quad [\alpha_1^2 + \dots] = \alpha_1, \quad [\alpha_2^2 + \dots] = \alpha_2. \quad (\text{П17})$$

Подставляя (П17) и (П2) в (П15) и (П16), имеем:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= T_s \alpha_1 + T_m \alpha_2; \\ \bar{x}_2 &= (T_s + T_m + T_e) \alpha_1 G_0^2. \end{aligned} \quad (\text{П18})$$

Условие нулевого метода состоит в том, чтобы в отсутствие сигнала  $T_s$  на выходе радиометра (разностного устройства в нашем случае) поддерживать нулевой уровень:

$$T_m \alpha_2 = (T_m + T_e) \alpha_1 G_0^2. \quad (\text{П19})$$

Учитывая (П19), запишем приращение выходного уровня за счет появления сигнала  $T_s$ :

$$I = T_s (\alpha_2 - \alpha_1 G_0^2). \quad (\text{П20})$$

Найдем теперь флуктуационную составляющую на выходе радиометра; спектральные плотности шумов на выходах умножителей можно считать постоянными в полосах  $0 - F_1$ ,  $F_2$ , так как  $\Delta f \gg F_1$ ,  $F_2$ :

$$\begin{aligned} S_{x_1} &= 4\Delta f [\alpha_2^2 + \dots] (A_s^2 + A_m^2 + 4A_s A_m); \\ S_{x_2} &= 4\Delta f G_0^4 [\alpha_1^2 + \dots] (A_s^2 + A_m^2 + A_e^2 + 4A_s A_m + 4A_s A_e + 4A_m A_e). \end{aligned} \quad (\text{П21})$$

Подставляя в (П21) выражения для  $A_s^2$  и других  $A$  через шумовые температуры и (П17) вместо сумм в квадратных скобках, умножая  $S_{x_2}$  на  $2F_2$  и  $S_{x_1}$  на  $2F_1$ , для того чтобы получить дисперсии шума на выходах фильтров нижних частот:

$$\sigma_1^2 = 2 \int_0^{F_2} S_{x_1}(f) df; \quad \sigma_2^2 = 2 \int_0^{F_1} S_{x_2}(f) df, \quad (\text{П22})$$

находим полную дисперсию флуктуаций на выходе вычитающего устройства:

$$\begin{aligned} \sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 = & 2k\Delta f F_2 \alpha_2 (T_s^2 + T_m^2 + 4T_s T_m) + \\ & + 2k\Delta f F_1 \alpha_1 (T_s^2 + T_m^2 + T_0^2 + 4T_s T_m + 4T_s T_0 + 4T_m T_0) G_0^4. \end{aligned} \quad (\text{П23})$$

Учтем условие нулевого метода (П19) и подставим в (П23):

$$\begin{aligned} \sigma^2 = & 2k\Delta f F_2 \alpha_2 (T_s^2 + T_m^2 + 4T_s T_m) + 2k\Delta f F_1 \alpha_1 G_0^2 (T_s^2 + T_m^2 + \\ & + \frac{T_m^2 (\alpha_2 - \alpha_1 G_0^2)}{\alpha_1^2 G_0^4} + 4T_s T_m + \frac{4T_s T_m (\alpha_2 - \alpha_1 G_0^2)}{\alpha_1^2 G_0^2} + \frac{4T_m (\alpha_2 - \alpha_1 G_0^2)}{\alpha_1^2 G_0^2}). \end{aligned} \quad (\text{П24})$$

В приближении слабого сигнала  $T_s \ll T_m$ ,  $T_s$  (П24) переписываем следующим образом:

$$\sigma^2 = 2k\Delta f F_2 \alpha_2 T_m^2 + 2k\Delta f F_1 \alpha_1 G_0^4 T_m^2 \left( 1 + \frac{\alpha_2 - \alpha_1 G_0^2}{\alpha_1^2 G_0^4} + 4 \frac{\alpha_2 - \alpha_1 G_0^2}{\alpha_1 G_0^2} \right).$$

Последнее выражение можно упростить, если учесть, что сумма в скобках примерно равна  $\frac{\alpha_2^2}{\alpha_1^2 G_0^4}$ , так как  $\alpha_1 G_0^2 \ll 1$ :

$$\sigma^2 \approx 2k\Delta f T_m^2 \left( F_2 \alpha_2 + F_1 \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1} \right).$$

Приравнявая приращение за счет сигнала (П20) и среднеквадратичное отклонение  $\sqrt{\sigma^2}$ , имеем:

$$T_s = \frac{\sqrt{2} T_m \sqrt{\frac{F_2}{\Delta f}} \sqrt{\alpha_2 + \frac{F_1}{F_2} \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2}}}{\alpha_2 - \alpha_1 G_0^2} \approx \sqrt{2} T_m \sqrt{\frac{F_2}{\Delta f}} \sqrt{\frac{1}{\alpha_2} + \frac{F_1}{F_2} \frac{1}{\alpha_1}}.$$

Последнее приближение использует условие  $\alpha_1 G_0^2 \ll 1$ .

Авторы статьи считают своим приятным долгом выразить благодарность А. А. Стоцкому, А. В. Ипатову, А. Б. Берлину, Н. Ф. Рыжкову и В. Г. Грачеву за полезные дискуссии.

Поступила в редакцию  
12.12.79

#### Список литературы

1. Краус Дж. Д. Радиоастрономия. М., «Сов. радио», 1973.
2. Есепкина Н. А., Корольков Д. В., Парийский Ю. Н. Радиотелескопы и радиометры. М., «Наука», 1973.
3. Кисляков А. Г. — Изв. вузов, Радиофизика, 1978, 21, № 3, с. 448.
4. Корольков Д. В. — Изв. вузов, Радиофизика, 1979, (в печати).
5. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. М., «Наука», 1966.
6. Jelly J. V. — Rev. Sci. Instr., 1961, 32, N 2, p. 166—175.
7. Ohm A. E., Snell W. N. — Bell Syst. Techn. J., 1963, N 5, p. 2047—2080.
8. Nicolson G. D. — Trans. IEEE, 1970, MTT-18, N 3, p. 169.
9. Verbeug. — Rev. Sci. Instr., 1975, 45, N 2, p. 169—179.
10. Давенпорт В. Б., Рут В. Л. Введение в теорию случайных сигналов и шумов. М., ИЛ, 1960.